В.В. Бурцева

Військова частина А0785, Харків

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГІВ ЗАМОВЛЕНЬ НА МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗРАЗКІВ ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ

Предметом статті є питання прогнозування річних обсягів замовлень на метрологічне забезпечення зразків озброєння та військової техніки (далі – ОВТ) військових частин ЗРВ. **Метою статті** є удосконалення методу прогнозування замовлень на метрологічне забезпечення зразків ОВТ військових частин для довгострокового планування робіт виїзних метрологічних груп (далі – ВМГ). **Задача, що вирішується** – удосконалюється метод прогнозування щорічних обсягів замовлень на метрологічне забезпечення зразків озброєння та військової техніки за рахунок використання системи регресійних моделей, що дозволяють виділити тренди повільної та періодичної складових, на основі статистичних даних про щорічні замовлення військової частини ЗРВ. **Висновки:** запропонований метод розв'язання задачі прогнозування щорічних обсягів замовлень на метрологічне забезпечення зразків ОВТ з використанням системи часових регресійних моделей дозволяє суттєво підвищити точність та достовірність прогнозування.

Ключові слова: прогнозування обсягів замовлень на метрологічне забезпечення зразків озброєння та військової техніки, статистичні методи прогнозування, система регресійних моделей.

Вступ

Постановка задачі. Метрологічне забезпечення зразків озброєння та військової техніки спрямоване на підтримання їх боеготового стану за рахунок укомплектування придатними до експлуатації штатними засобами вимірювальної техніки (далі – ЗВТ). Засоби вимірювальної техніки використовуються для контролю та налаштування визначальних параметрів працездатності, через які визначається як працездатний, так і боеготовий стан зразків ОВТ.

Виконання заходів метрологічного забезпечення зразків ОВТ в місцях дислокації покладається на виїзні метрологічні групи регіональних метрологічних військових частин (далі – РМВЧ) і військових метрологічних лабораторій військових частин та установ [1]. Довгострокове планування робіт ВМГ щодо метрологічного обслуговування засобів вимірювальної техніки зразків ОВТ потребує своєчасного отримання замовлень від військових частин на необхідність проведення заходів з метрологічного забезпечення. Отримання даних пізніше встановленого терміну призводить до неможливості їх врахування у замовленнях на фінансування й логістичне забезпечення робіт, внаслідок чого можуть бути не обслуговані деякі військові частини ЗРВ у регіоні.

Несвоєчасність отримання й значні обсяги замовлень на метрологічне забезпечення зразків озброєння та військової техніки від військових частин ЗРВ до РМВЧ призводять до необхідності довгострокового прогнозування очікуваних обсягів замовлень, використовуючи статистичні дані попередніх років.

Аналіз літератури. Принципи й організаційні основи, роль й місце метрологічного забезпечення викладено в наказах [1–2], інструкції [3] навчальних посібниках [4–5]. На жаль в джерелах [3–5] питання, які пов'язані з дослідженням методів прогнозування потреб з метрологічного забезпечення для визначення обсягів робіт виїзних метрологічних груп, не розглядалися. Методи прогнозування обсягів метрологічного обслуговування ЗВТ на основі лінійних багатофакторних та лінійних часових регресійних моделей викладені в [6] та [7], однак проведений аналіз виявив недосконалості методів, пов'язані з низькою точністю та достовірністю результатів прогнозування, отриманих при апроксимації ряду даних на прикладі прогнозування замовлень військових частин ЗРВ.

Тому питання, що спрямовано на дослідження методу, який дозволить підвищити точність та достовірність довгострокового прогнозування щорічних замовлень з метрологічного забезпечення зразків ОВТ для визначення обсягів робіт виїзних метрологічних груп є актуальним науково-технічним завданням.

Метою статті є удосконалення методу довгострокового прогнозування замовлень з метрологічного забезпечення зразків ОВТ для визначення попередніх обсягів робіт виїзних метрологічних груп.

Виклад основного матеріалу

Методи прогнозування, загалом, базуються на двох підходах: евристичному та математичному. Евристичні методи передбачають залучення експертів для прогнозування [8]. Недоліком методів експе-

рtnих оцінок є суб'єктивність оцінок та їх залежність від наявності експертів, знайомих з ситуацією, яка прогнозується.

Математичні методи прогнозування поділяються на [8]:

- методи екстраполяції за часовими рядами: прості (на основі середнього рівня ряду, за середнім рівнем зростання та ін.) та складні (експоненціальне згладжування, метод плинних середніх та ін.);
- статистичні методи (кореляційний та регресійний аналіз, факторний аналіз та ін.);
- комбіновані методи, які являють собою синтез різних варіантів прогнозу.

Якісний та достовірний прогноз замовлень перетворюється на задачу статистичного аналізу внаслідок того, що реальні дані замовлень можуть бути недетермінованими і нестационарними. Для таких процесів слід використовувати відповідні методи регресійного аналізу. На рис. 1 наведена гістограма статистичних даних замовлень за попередні 10 років на метрологічне обслуговування засобів вимірювальної техніки зразків ОВТ однієї з військових частин ЗРВ.

Рис. 1. Дані замовлень за 10 річних періодів (зібрані та надані автором)

Апроксимація даних має дискретний характер, однак їх апроксимувальна функція може бути виділена відповідною функціональною залежністю (трендом), яка у визначені дискретні моменти часу співпадає зі значеннями гістограм й також представлена на рис. 1. З використанням функції, яка описує тренд, можна проводити прогнозування на наступний проміжок часу. Задача знаходження тренду звичайно відноситься до задачі регресійного аналізу.

Математичні методи регресійного аналізу рекомендуються до застосування, якщо прогноз виконується з урахуванням необхідної умови, що основні фактори, які впливають на розвиток процесу, що розглядається, не мають стрибкоподібних змінень. Згідно з цим, це дозволяє висунути гіпотези про майбутній розвиток процесів, які базуються на аналізі статистичних даних минулого.

Традиційно підхід до опису таких процесів заснований на теоремі розкладання П. Леві [9], з якої випливає, що будь-який випадковий процес з незалежними приростами є суперпозицією трьох незалежних процесів: детермінованого, випадкового з не-

залежними викидами і випадкового безперервного процесу.

Розглянемо методику виділення цих складових [9–13]. Зауважимо, стандартні технології вирішення завдань обробки даних для визначення поведінки будь-якого спостережуваного процесу передбачають попереднє виявлення і виділення випадкових викидів. Це завдання вирішується наступним чином.

Нехай значення процесу, що спостерігаються в моменти часу $\{t_1, t_2, \dots, t_j, \dots, t_n\}$, утворюють набір $\{y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n\}$. З цього набору потрібно вилучити випадкові викиди $y_{j_0} = \min_{\max} \{y_j\}$. Для цього розраховуються емпіричні оцінки середнього значення і середньоквадратичного відхилення:

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq j_0} y_j, \quad \hat{s} = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{j \neq j_0} (y_j - \bar{y})^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Статистика $t = (y_{j_0} - \bar{y}) / \hat{s}$ має t -розподіл Стьюдента з числом ступенів свободи $k = n - 1$. З таблиці розподілу Стьюдента обирається t_{kp} для заданого рівня значущості α та числа ступенів свободи k .

Якщо $t \leq t_{kp}$, то за умов довірчої імовірності $1 - \alpha$ спостереження y_{j_0} належить до тієї ж генеральної сукупності, що й інші спостереження. Якщо $t > t_{kp}$, то з ймовірністю помилки α спостереження y_{j_0} є викидом і його слід виключити, тоді n зменшується на одиницю. Далі знаходиться другий грубий викид і процес відбору проводиться знову до тих пір, поки не буде виконуватися умова $t \leq t_{kp}$.

Наступним етапом є виявлення детермінованих та випадкових складових, які є суперпозицією процесу, що спостерігається, а тому їх можна визначати окремо.

На практиці звичайно розглядаються випадкові процеси, які визначаються спільним впливом великої кількості факторів. Однак, слід зауважити, неврахування значимих факторів в моделях, що формують випадковий процес, може призвести до виникнення значних похибок прогнозування.

У отриманих щорічних замовленнях (рис. 1) спостерігається наявність декількох важливих факторів, що формують складову, зміна якої відбувається досить повільно, періодичну складову та випадкову складову. Тому для врахування впливу важливих факторів на випадковий процес бажано під час побудови моделі прогнозування використовувати ускладнену багатофакторну часову нелінійну регресію.

На першому етапі проводиться оцінювання можливості використання моделі на основі поліно-

міальної однофакторної регресії, аналітичний опис залежності змінної $y(t)$ якої має вигляд:

$$y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_d t^d = \sum_{i=0}^d b_i t^i. \quad (2)$$

Для оцінювання параметрів цієї моделі за результатами n спостережень методом найменших квадратів (далі – МНК) введемо матрицю $\mathbf{H}$, вектори коефіцієнтів $\mathbf{B}$ та залежних змінних $\mathbf{Y}$:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^d \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^d \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \dots & t_n^d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Оцінка вектору $\mathbf{B}$ знаходиться методом найменших квадратів за наступною формулою:

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y}. \quad (4)$$

Використання пакету “Diagram” MS Excel дозволило побудувати тренд (рис. 2) полінома другого ступеня:

$$\bar{y}(t_i) = 738 - [2,86 t_i] + [0,08 t_i^2], \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Рис. 2. Лінія тренду, розрахованого за рівняннями (2–4)

При проведенні аналізу та порівняння результатів поліноміальної однофакторної часової регресії (5) з даними статистики замовлень (рис. 1), за допомогою процедури “Regression” в MS Excel, було встановлено:

- рівняння регресії зовсім не забезпечує необхідну якість апроксимації статистичних даних, оскільки скоригований коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,018159$, що значно менш ніж 0,95;
- рівняння регресії не може бути використане для прогнозу, оскільки за критерієм Фішера значущість становить $F = 0,7105197$;
- значення стандартної похибки становить $E = 122,2343$.

Аналіз результатів показує, що при такому прогнозуванні значення похибки можуть досягати 25–30% відносно значень лінії тренду. Тому прогноз, побудований за допомогою поліноміальної регресії,

може мати досить низьку точність. Як наслідок, їх використання для проведення прогнозування обсягів замовлень на метрологічне забезпечення зразків ОБТ військової частини ЗРВ є недоцільним. Однак ця модель може бути використана для опису детермінованої повільної складової випадкового процесу, що розглядається.

Для опису складових, які визначаються спільним впливом декількох факторів, що змінюються у часі періодично, необхідно використовувати інші моделі процесу.

У випадку, коли на залежну змінну впливають одночасно багато факторів може бути використана регресійна модель, що представлена у [14]. У такому варіанті модель параметризується спеціальним чином. Параметри такої моделі також оцінюються з використанням МНК. Однак, недоліком методу оцінювання параметрів даної багатофакторної регресії є те, що при ускладненні структури моделі (2) необхідно здійснювати перерахування усіх значень її параметрів. Для подолання цього недоліку пропонується процес знаходження параметрів здійснювати за рахунок використання в багатофакторній регресії ортогональних багаточленів [10–11].

Для цього вводиться система дискретних функцій $\{\varphi_k(t)\}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, ортонормованих на наборі $t = t_1, t_2, \dots, t_n$, тобто:

$$(\varphi_{i1}(t) \cdot \varphi_{i2}(t)) = \sum_{j=1}^n \varphi_{i1}(t_j) \cdot \varphi_{i2}(t_j) = \delta_{i1i2}, \quad (6)$$

$$\text{де } \delta_{i1i2} = \begin{cases} 1, & i_1 = i_2, \\ 0, & i_1 \neq i_2. \end{cases}$$

У такому випадку модель багатофакторної регресії $y(t)$ задається в іншому вигляді:

$$y(t) = a_0 \varphi_0(t) + a_1 \varphi_1(t) + \dots + a_d \varphi_d(t). \quad (7)$$

Введемо матрицю дискретних функцій для моментів t_j , $j = 1, 2, \dots, n$ статистики, яка прогнозується:

$$\mathbf{H}^m = \begin{pmatrix} \varphi_0(t_1) & \varphi_0(t_2) & \dots & \varphi_0(t_n) \\ \varphi_1(t_1) & \varphi_1(t_2) & \dots & \varphi_1(t_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_d(t_1) & \varphi_d(t_2) & \dots & \varphi_d(t_n) \end{pmatrix}.$$

Тоді для знаходження коефіцієнтів a_i , $i = 0, \dots, d$ матриця (4) буде представлена у наступному вигляді:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^m \mathbf{Y}. \quad (8)$$

Результат добутку $(\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1}$ має наступний вигляд:

$$(\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} = \left(\begin{array}{cccc} \sum_{j=1}^n \varphi_0(t_j) \varphi_0(t_j) & \sum_{j=1}^n \varphi_0(t_j) \varphi_1(t_j) & \dots & \sum_{j=1}^n \varphi_0(t_j) \varphi_d(t_j) \\ \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \varphi_0(t_j) & \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \varphi_1(t_j) & \dots & \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \varphi_d(t_j) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^n \varphi_d(t_j) \varphi_0(t_j) & \sum_{j=1}^n \varphi_d(t_j) \varphi_1(t_j) & \dots & \sum_{j=1}^n \varphi_d(t_j) \varphi_d(t_j) \end{array} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Внаслідок ортогоналізації використаних функцій матриця (9) перетвориться й буде:

$$(\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} = \begin{pmatrix} \delta_{00} & \delta_{01} & \dots & \delta_{0d} \\ \delta_{10} & \delta_{11} & \dots & \delta_{1d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{d0} & \delta_{d1} & \dots & \delta_{dd} \end{pmatrix}^{-1}. \quad (10)$$

У свою чергу добуток $(\mathbf{H}^m \mathbf{Y})$ має наступний вигляд:

$$(\mathbf{H}^m \mathbf{Y}) = \begin{pmatrix} \varphi_0(t_1) & \varphi_0(t_2) & \dots & \varphi_0(t_n) \\ \varphi_1(t_1) & \varphi_1(t_2) & \dots & \varphi_1(t_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_d(t_1) & \varphi_d(t_2) & \dots & \varphi_d(t_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n y_j \varphi_0(t_j) \\ \sum_{j=1}^n y_j \varphi_1(t_j) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n y_j \varphi_d(t_j) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В результаті використання (10) і (11) отримано рішення для дискретного випадкового процесу у вигляді:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^m \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n y_j \varphi_0(t_j) \\ \sum_{j=1}^n y_j \varphi_1(t_j) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n y_j \varphi_d(t_j) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для опису безперервного процесу використовується система ортонормованих функцій $\{\varphi_n(t)\}$, $t \in [0, T]$, де T – інтервал спостереження, для яких:

$$(\varphi_i(t) \varphi_j(t)) = \int_0^T \varphi_i(t) \varphi_j(t) dt = \delta_{ij}, \quad (13)$$

$$\text{де } \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

При цьому довільна функція $y(t)$ може бути представлена у вигляді розкладу в ряд по системі базисних функцій $\varphi_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, наступним чином:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \varphi_k(t), \quad (14)$$

$$\text{де } C_k = \int_0^T y(t) \varphi_k(t) dt. \quad (15)$$

Співвідношення (6)–(15) реалізує стандартну процедуру ортогонального проектування. Коефіцієнти C_n розкладу (15) називаються координатами функції $y(t)$ в просторі $\{\varphi_n(t)\}$. Залежно від вибору базисних функцій отримаємо різні розкладання вихідної функції $y(t)$.

Рішення процедури ортогонального проектування знаходиться за допомогою наступних способів розкладання [14]:

- по ортогоналізованому поліноміальному базису з використанням процедури ортогоналізації Грама Шмідта, через систему ортогональних на $(-1, 1)$ поліномів Лежандра;
- по ортогоналізованому поліноміальному базису з вагою;
- по ортогональним поліномам Чебишева;
- по ортогональним поліномам Лагерра;
- по ортогональним поліномам Ерміта;
- по ортогональним поліномам ряду Фур'є, тощо.

З огляду на те, що метрологічне забезпечення зразків озброєння військової техніки ЗРВ має певну періодичність (два роки), то слід очікувати наявності, крім повільної, ще й детермінованої періодичної складової процесу. Тому для знаходження параметрів періодичної складової процесу доцільно використовувати розклад за допомогою рядів Фур'є. У такому випадку з процесу, що спостерігається $y(t)$, слід видалити трендову періодичну поліноміальну складову $\tilde{y}(t)$ наступним чином:

$$\tilde{y}(t_i) = y(t_i) - \bar{y}_i(t_i), i = \overline{1, n}. \quad (16)$$

Отримання оцінок параметрів періодичної складової $\tilde{y}(t)$ на інтервалі спостереження $t \in [0, T]$ здійснюється використовуючи визначений у (6)–(15) підхід. Для цього вводиться система ортогональних функцій

$$\varphi_k(t) = \sqrt{2/T} \cos k\omega_0 t, \quad \psi_k(t) = \sqrt{2/T} \sin k\omega_0 t. \quad (17)$$

Координатами процесу $\tilde{y}(t)$ в цьому базисі відповідно до технології ортогонального проектування будуть:

$$A_k = (\tilde{y}(t), \varphi_k(t)); B_k = (\tilde{y}(t), \psi_k(t))$$

і становлять:

$$A_k = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \tilde{y}(t) \cos k\omega_0 t dt; B_k = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \tilde{y}(t) \sin k\omega_0 t dt. \quad (18)$$

Тоді розклад $\tilde{y}(t_i), i = \overline{1, n}$ має вигляд (сукупності складових ряду Фур'є):

$$\tilde{y}(t) = \sqrt{2/T} \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega_0 t + B_k \sin k\omega_0 t). \quad (19)$$

Якщо процес, що спостерігається $\tilde{y}(t)$, є дискретно заданим, то на сукупності точок $t_1, t_2, \dots, t_n$ маємо вектор:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \dots \\ \hat{y}_n \end{pmatrix}. \quad (20)$$

При цьому для опису періодичної складової процесу використовується розклад в ряд Фур'є:

$$\tilde{y}(t) = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi}{T_0} t + B_1 \sin \frac{2\pi}{T_0} t + A_2 \cos \frac{2\pi}{T_0} 2t + B_2 \sin \frac{2\pi}{T_0} 2t + \dots + A_m \cos \frac{2\pi}{T_0} mt + B_m \sin \frac{2\pi}{T_0} mt, \quad (21)$$

де T_0 – період першої гармоніки, що накриває обраний інтервал спостережень.

Нехай на інтервалі $[0, T]$ проведено n спостережень з інтервалом $\Delta = \frac{T_0}{n}$. Покладемо $\Delta = 1$ та введемо вектори:

$$\tilde{\mathbf{Y}}^m = (\tilde{y}_1 \quad \tilde{y}_2 \quad \dots \quad \tilde{y}_n);$$

$$\mathbf{A}^m = (A_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad \dots \quad A_m \quad B_m)$$

та матрицю:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{n} \cdot 1 & \sin \frac{2\pi}{n} \cdot 1 & \dots & \cos \frac{2\pi}{n} m \cdot 1 & \sin \frac{2\pi}{n} m \cdot 1 \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{n} \cdot 2 & \sin \frac{2\pi}{n} \cdot 2 & \dots & \cos \frac{2\pi}{n} m \cdot 2 & \sin \frac{2\pi}{n} m \cdot 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{n} \cdot n & \sin \frac{2\pi}{n} \cdot n & \dots & \cos \frac{2\pi}{n} m \cdot n & \sin \frac{2\pi}{n} m \cdot n \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Вектор $(\mathbf{H}\mathbf{A} - \tilde{\mathbf{Y}})$ задає значення відхилень періодичної складової, що визначаються матрицею (22). Тоді сума квадратів відхилень цих значень від

значень процесу, отриманих після виділення тренду, розраховується за формулою:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{H}\mathbf{A} - \tilde{\mathbf{Y}})^m (\mathbf{H}\mathbf{A} - \tilde{\mathbf{Y}}). \quad (23)$$

Мінімізація наведеного функціоналу по вектору дає вектор оцінок коефіцієнтів моделі (21):

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^m \tilde{\mathbf{Y}}. \quad (24)$$

У співвідношенні (21) використано базовий набір функцій:

$$\varphi_0(t) = 1;$$

$$\varphi_m(t) = \cos \frac{m2\pi}{n} t, \dots \psi_m(t) = \sin \frac{m2\pi}{n} t, \quad (25)$$

$$m = 1, 2, \dots, n.$$

Ці базисні функції попарно ортогональні, тобто:

$$\sum_{j=1}^n \varphi_i(t) \varphi_k(t) = \begin{cases} n, & i = k = 0, \\ \frac{n}{2}, & i = k \neq 0, \\ 0, & i \neq k. \end{cases} \quad (26)$$

Тому, враховуючи (26), можна записати:

$$(\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n \varphi_0^2(t_j) & 0 \\ \sum_{j=1}^n \varphi_1^2(t_j) & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \sum_{j=1}^n \psi_n^2(t_j) \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ \frac{2}{n} & \dots \\ 0 & \frac{2}{n} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

У свою чергу:

$$\mathbf{H}^m \tilde{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n \varphi_0(t_j) \tilde{y}_j \\ \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \tilde{y}_j \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n \psi_n(t_j) \tilde{y}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_0(t_1) & \varphi_0(t_2) & \dots & \varphi_0(t_n) \\ \varphi_1(t_1) & \varphi_1(t_2) & \dots & \varphi_1(t_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_n(t_1) & \psi_n(t_2) & \dots & \psi_n(t_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \dots \\ \tilde{y}_n \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Підставляючи (27) і (28) в (24), будемо мати:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{H}^m \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^m \tilde{\mathbf{Y}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ & \frac{2}{n} \\ & \dots \\ 0 & \frac{2}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n \varphi_0(t_j) \tilde{y}_j \\ \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \tilde{y}_j \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n \psi_n(t_j) \tilde{y}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{y}_j \\ \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n \varphi_1(t_j) \tilde{y}_j \\ \dots \\ \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n \psi_n(t_j) \tilde{y}_j \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Звідки отримаємо коефіцієнти залежності $\tilde{y}(t_i), i = \overline{1, n}$:

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{y}_j; \quad (30)$$

$$A_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{y}_j \cos \frac{i2\pi}{n} j, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}; \quad (31)$$

$$B_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{y}_j \sin \frac{i2\pi}{n} j, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}. \quad (32)$$

За формулами (30)–(32) отримані оцінки параметрів періодичної складової, представлені рядом Фур'є у вигляді наступних значимих коефіцієнтів:

$$\hat{a}_0 = 11; \quad \hat{B}_1 = 96; \quad \hat{A}_2 = -96 \quad (33)$$

та відповідне рівняння з двома складовими на різних частотах, що відповідають річному й дворічному періодам:

$$\tilde{y}(t_i) = [11 + 96 \sin(0,5\pi t_i + 0,25\pi) - 96 \cos(\pi t_i)], \quad (34)$$

де $t_i, i = \overline{1, n}$ – номер i -го року статистики;

$[x]$ – виділення цілої частини числа x .

Тренд періодичної складової, отриманий за формулою (34), представлено на рис. 3.

Рис. 3. Тренд гармонічної складової

Результат моделювання представляється ускладненою часовою регресією як сума функцій (5) і (34):

$$\hat{y}(t_i) = \bar{y}(t_i) + \tilde{y}(t_i), \quad i = \overline{1, n}. \quad (35)$$

При проведенні аналізу та порівняння результатів ускладненої часової багатофакторної регресії (35) з даними статистики замовлень (рис. 1), за допомогою процедури "Regression" в MS Excel, було встановлено:

– коефіцієнт детермінації становить $R^2 = 0,993497 > 0,95$ і показує, що рівняння регресії забезпечує високу якість апроксимації статистичних даних;

– визначена за критерієм Фішера значущість становить $F = 4,904 \cdot 10^{-10}$ і показує, що рівняння регресії є значущим на рівні $\alpha_F = 0,000000001$, а тому модель може бути використана для прогнозу;

– стандартна похибка становить $E = 9,948164$ і показує, що при проведенні такого прогнозу похибки можуть досягати 2,6%, що практично в 10 разів менше ніж при апроксимації однофакторною регресією статистичних даних про замовлення.

Перевірка наявності автокореляції випадкових залишків даних реальної статистики $y(t_i), i = \overline{1, n}$ від значень, що визначаються виділеними детермінованими складовими ускладненої моделі $\hat{y}(t_i), i = \overline{1, n}$, перевірена з використанням критерію Дарбіна-Уотсона, який обчислюється за формулою:

$$d = \left(\sum_{j=1}^n (\xi_{j+1} - \xi_j)^2 \right) / \left(\sum_{j=1}^n \xi_j^2 \right), \quad (36)$$

де ξ_j – випадкове відхилення j -го спостереження.

Розподіл значень критерію Дарбіна-Уотсона є табульованим.

Значення критерію d порівнюється з табличними значеннями d_1 і d_2 , які за умов рівня значимості $\alpha = 0,01$ і кількості змінних $m = 1$ становлять $d_1 = 0,604$ і $d_2 = 1001$. Гіпотеза про відсутність автокореляції приймається; якщо: $4 - d_2 \leq d \leq 4 - d_1$.

Розрахований за формулою (36) критерій Дарбіна-Уотсона становить $d = 2,1$ і тому:

$$1,006 < 2,1 < 2,999. \quad (37)$$

Таким чином, виконується умова $d_2 < d < 4 - d_2$ і можна стверджувати, що гіпотеза про відсутність автокореляції залишків приймається, як наслідок підстав корегувати прийняту математичну модель немає.

Отриманий результат демонструє, що використання розкладу випадкового процесу на детерміновані складові (повільну та періодичну) може суттєво покращити математичний опис і надати більш точні прогнози даних.

Приклад прогнозування замовлень на метрологічне забезпечення військової частини ЗРВ

Розглянемо порядок використання запропонованого підходу для прогнозування обсягів замовлень й кількості підрозділів для метрологічного забезпечення за умов відомої незмінної кількості ЗРК військової частини з двома групами зрдн середньої дальності Повітряних Сил на наступний рік, за даними замовлень попередніх 10 річних періодів, наданих на рис. 1.

1) За рахунок використання поліноміальної однофакторної регресії (5), обмеженої поліномом другого ступеня, розраховано, що прогнозоване значення повільної складової на наступний рік (11-й період) складає:

$$\bar{y}(t_{11}) = 716 \text{ од.} \quad (38)$$

2) Після виділення періодичної складової (16), розкладання її в ряд Фур'є й отримання гармонічних складових (34) розраховано, що прогнозоване значення періодичної складової на наступний рік (11-й період) складає:

$$\tilde{y}(t_{11}) = 160 \text{ од.} \quad (39)$$

3) Розрахунок прогнозу очікуваної кількості замовлень на метрологічне забезпечення військової частини ЗРВ на наступний рік (на 11-й період) проводиться шляхом підсумовування результатів розрахунків за співвідношеннями (38) і (39), з отриманням наступного результату:

$$\hat{y}(t_{11}) = \bar{y}(t_{11}) + \tilde{y}(t_{11}) = 876 \text{ од.} \quad (40)$$

Результати прогнозування по періодах та для наступного (11-го) річного періоду представлені на рис. 4.

Рис. 4. Тренд багатовимірної часової регресії з прогнозом на 11-й річний період

Висновки

1. В статті показано, що використання однофакторних регресійних часових моделей, що побудовані на основі відомих математичних методів, не дають необхідної достовірності й якості, внаслідок отримання похибок до 25–30% при апроксимації ними статистичних даних замовлень на метрологічне обслуговування засобів вимірювальної техніки зразків озброєння та військової техніки, отриманих на прикладі військових частин ЗРВ.

2. Запропонована багатовимірною часовою регресійною моделлю на основі полінома другого ступеня і періодичних складових дозволяє отримувати достатньо точний прогноз щорічних можливих обсягів замовлень на метрологічне обслуговування військових засобів вимірювальної техніки зразків озброєння та військової техніки ЗРВ, за рахунок високого коефіцієнта детермінації (близько 1) та низького значення середньої відносної помилки апроксимації.

3. Для знаходження параметрів детермінованих складових багатовимірною часовою регресійною моделлю використовується метод найменших квадратів.

4. Перевірка наявності автокореляції випадкових відхилень (залишків) даних реальної статистики від значень, що визначаються виділеними детермінованими складовими ускладненої моделі, перевірена з використанням критерію Дарбіна-Уотсона і дозволяє стверджувати, що підстав корегувати прийняту математичну модель немає.

5. Отриманий результат використання ускладненої багатовимірної нелінійної регресії демонструє високу точність й достовірність апроксимації статистичних даних і можливість її використання для прогнозування замовлень метрологічне обслуговування засобів вимірювальної техніки зразків озброєння та військової техніки військових частин ЗРВ.

Список літератури

1. Наказ Міністерства оборони України від 24.05.2017 № 288 “Про затвердження Положення про метрологічну службу Міністерства оборони України та Збройних Сил України”.
2. Наказ начальника Центрального управління метрології і стандартизації від 14.05.2007 № 2 “Про затвердження Керівництва з організації виробничої діяльності військових метрологічних лабораторій в Міністерстві оборони України та Збройних Силах України”.
3. Інструкція з організації роботи виїзних метрологічних груп метрологічних частин, затверджена начальником Центрального управління метрології і стандартизації – головним метрологом ЗС України від 09.10.2006.
4. Кузнецов І.Б. Організація метрологічного забезпечення військ (сил). Ч. 1 / І.Б. Кузнецов, П.М. Яблонський. – К.: НУОУ, 2009. – 356 с.
5. Кузнецов І.Б. Організація застосування пересувних засобів метрологічного обслуговування / І.Б. Кузнецов, О.В. Ярошенко. – К.: НУОУ, 2009. – 356 с.
6. Шевяков Ю.І. Метод прогнозування кількості обсягів метрологічного обслуговування військових засобів вимірювальної техніки на основі удосконалених багатовимірних регресійних моделей / Ю. І. Шевяков // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2016. – № 3. – С. 114-117.
7. Шевяков Ю.І. Метод прогнозування потреби в метрологічному обслуговуванні військових засобів вимірювальної техніки на основі удосконалених часових регресійних моделей / Ю.І. Шевяков // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2016. – № 4(40). – С. 97-100.
8. Економетрика / Л.С. Гур'янова, Т.С. Клебанова, О.А. Сергієнко, С.В. Прокопович. – Х.: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – 384 с.

9. Levy P. Sur le integrals les elements sont des variables aleatoires independents. – Ann. Sc. Norm. Sup., Pusa, 1934, 2. 337 – 366 p.
10. Кремер Н.Ш. Эконометрика / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 311 с.
11. Серая О.В. Оценивание параметров нелинейных уравнений регрессии в условиях малой выборки с использованием искусственной ортогонализации пассивного эксперимента / О.В. Серая, Л.Г. Раскин, Б.Г. Лолашвили // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: ІКСЗТ, 2004. – № 1. – С. 55-58.
12. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ: пер. с англ. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Диалектика, 2007. – 911 с.
13. Ларионов А.И. Экономико-математические методы в планировании / А.И. Ларионов, Т.И. Юрченко. – М.: Высшая школа, 1994. – 534 с.
14. Серая О.В. Комбинированная процедура оценивания параметров многофакторного уравнения регрессии для малой выборки / О.В. Серая, Л.Г. Раскин, В.В. Карпенко. – Х.: Вестник НТУ «ХПИ», 2003. – № 18. – С. 75-78.

References

1. The Order of the Ministry of Defense of Ukraine (2017), “Pro zatverdzhennia Polozhennia pro metrolohichnu sluzhbu Ministerstva oborony Ukrainy ta Zbroinykh Syl Ukrainy № 288 vid 24.05.2017” [About approval of the Provision on metrological service of the Ministry of Defence of Ukraine and Armed Forces of Ukraine No. 288 dated 24.05.2017].
2. The Order of the Head of the Central Department of Metrology and Standardization (2007), “Pro zatverdzhennia Kerivnytstva z orhanizatsii vyrobnychoi diialnosti viiskovykh metrolohichnykh laboratorii v Ministerstvi oborony Ukrainy ta Zbroinykh Sylakh Ukrainy № 2 vid 14.05.2007” [About approval of the Manual for the organization of production activities of military metrology laboratories in the Ministry of Defense of Ukraine and the Armed Forces of Ukraine No. 2 dated 14.05.2007].
3. The Head of the Central Department of Metrology and Standardization –the Main Metrologist of the Armed Forces of Ukraine (2006), “Instruktsiia z orhanizatsii roboty vyiznykh metrolohichnykh hrup metrolohichnykh chastyn vid 09.10.2006” [Instruction of the organization of work of the visiting metrological groups of metrological units from 09.10.2006].
4. Kusnetsov, I.B. and Yablonskiy, P.M. (2009), “Orhanizatsiia metrolohichnoho zabezpechennia viisk (syl)” [Organization of metrological support of troops (forces)], Kyiv, 356 p.
5. Kusnetsov, I.B. and Yaroshenko, O.V. (2009), “Orhanizatsiia zastosuvannia peresuvnykh zasobiv metrolohichnoho obsluhovuvannia” [Organization of the using of mobile metrological services], Kyiv, 356 p.
6. Shevyakov, Yu.I. (2016), “Metod prognozuvannia kil’kosti obsyagiv metrolohichnoho obsluhovuvannia viiskovykh zasobiv vymiryuval’noi tekhniki na osnovi udoskonalenykh bagatofaktornykh regresijnykh modelej” [Method of forecasting the amount of metrological maintenance of military measuring equipment on the basis of advanced multifactor regression models], *Control, Navigation and Communication Systems*, No. 3, pp. 114-117.
7. Shevyakov, Yu.I. (2016), “Metod prognozuvannia potreby v metrolohichnomu obsluhovuvanni viiskovykh zasobiv vymiryuval’noi tekhniki na osnovi udoskonalenykh chasovykh regresijnykh modelej” [Method for forecasting the need for metrological maintenance of military measuring equipment on the basis of advanced time regression models], *Control, navigation and communication systems*, No. 4(40), pp. 97-100.
8. Hurianova, L.C., Klebanova, T.C., Sergienko, O.A. and Propokovich, S.V. (2015), “Ekonometrika” [Econometrics], KHNUE, Kharkiv, 384 p.
9. Levy, P.(1934), *Sur le integrals les elements sont des variables aleatoires independents*, Ann. Sc. Norm. Sup., Pusa, No. 2, pp. 337-366.
10. Kremer, N.Sh. and Putko, B.A. (2002), “Ehkonometrika” [Econometrics], Moscow, 311 p.
11. Seraya, O.V., Raskin, L.G. and Lolashvili, B.G. (2004), “Otsenivanie parametrov nelinejnykh uravnenij regressii v usloviyakh maloj vyborki s ispol’zovaniem iskusstvennoj ortogonalizatsii passivnogo eksperimenta” [Estimation of the parameters of nonlinear regression equations in a small sample using artificial orthogonalization of a passive experiment], *Information and control systems for railway transport*, No. 1, pp. 55-58.
12. Drejper, N. and Smit, G. (2007), “Prikladnoj regressionnyj analiz” [Applied regression analysis], Moscow, 911 p.
13. Larionov, A.I. and Yurchenko, T.I. (1994), “Ehkonomiko-matematicheskie metodu v planirovanii” [Economic and mathematical methods in planning], Moscow, 534 p.
14. Seraya, O.V., Raskin, L.G. and Karpenko, V.V. (2003), “Combinirovannaya protsedura otsenivaniya parametrov mnogofaktornogo uravneniya regressii dlya maloj vyborki” [Combined procedure for estimating the parameters of a multivariate regression equation for a small sample], *Bulletin of NTU KhPI*, No. 18, pp. 75-78.

Надійшла до редколегії 10.09.2020

Схвалена до друку 13.10.2020

Відомості про автора:

Бурцева Вікторія Валеріївна

молодший науковий співробітник
військової частини А0785,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-1867-4615>

Information about the author:

Viktoria Burtseva

Junior Research
of Military Base A0785,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-1867-4615>

**УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЪЕМОВ ЗАКАЗОВ НА МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ОБРАЗЦОВ ВООРУЖЕНИЯ И ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ**

В.В. Бурцева

Предметом изучения в статье является задача прогнозирования годовых объемов заказов на метрологическое обеспечение образцов вооружения и военной техники воинских частей ЗРВ. **Целью** статьи является исследование метода прогнозирования заказов на метрологическое обеспечение образцов вооружения и военной техники воинских частей ЗРВ для планирования работ выездных метрологических групп. Задача решается с использованием системы регрессионных моделей, которые позволяют разделить статистические данные о ежегодных заказах воинских частей ЗРВ трендами медленной и периодической составляющих, построенных с использованием предлагаемых моделей. Разработан метод прогнозирования ежегодных объемов заказов на метрологическое обеспечение образцов вооружения и военной техники воинских частей ЗРВ. Показано, что использования однофакторных регрессионных часовых моделей, построенных на основе известных математических методов, не дают достаточную точность и достоверность, погрешности при аппроксимации ими статистических данных о заказах воинских частей ЗРВ на метрологическое обеспечение образцов вооружения и военной техники достигают 25–30%. Предложенная в статье многофакторная часовая нелинейная регрессионная модель на основе системы полиномиальной регрессионной модели второй степени и регрессионной модели периодической составляющей позволяет получать достаточно точный (с возможной ошибкой 2,5–3%) прогноз ежегодных возможных объемов заказов на метрологическое обслуживание средств измерительной техники образцов вооружения и военной техники ЗРВ. Для нахождения параметров детерминированных составляющих многофакторной часовой регрессионной модели используется метод наименьших квадратов. **Выводы.** Получены несмещенные, обоснованные и эффективные оценки многофакторной часовой регрессионной модели с проверкой их обязательным условиям Гаусса-Маркова и оценки параметров регрессии с использованием F-критерия Фишера. Проверка наличия автокорреляции остатков сравнения реальной статистики с детерминированными составляющими многофакторной часовой регрессионной модели с использованием критерия Дарбина-Уотсона позволяет утверждать, что оснований корректировать принятую математическую модель нет.

Ключевые слова: прогнозирование объемов заказов на метрологическое обеспечение образцов вооружения и военной техники, статистические методы прогнозирования, система регрессионных моделей.

**IMPROVING THE FORECASTING METHOD
OF THE AMOUNT OF ORDERS FOR METROLOGICAL SUPPORT
OF SAMPLES OF ARMAMENT AND MILITARY EQUIPMENT**

V. Burtseva

The subject of this article is forecasting of the amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment of anti-aircraft missile forces units. **Purpose of this article** is to study the forecasting method of the amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment in order to plan mobile metrological groups work. This task is solved with use of systems of regression models, which allow to outline separately statistical data on annual amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment of anti-aircraft missile forces units by trends of slow and periodic components, built with use of proposed models. The forecasting method of annual amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment of anti-aircraft missile forces units is developed. It is shown, that use of unifactorial time regression models system based on known mathematical methods cannot give decent accuracy and certainty, approximation errors of statistical data of approximation errors of statistical data amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment of anti-aircraft missile forces units reach 25-30%. Proposed multifactorial time regression models system based on second degree polynomial regression models system and regression model of periodic components allows to receive fairly sharp (with potential error up to 2.5-3%) forecast of possible annual orders for metrological support of samples of armament and military equipment of anti-aircraft missile forces units. Least squares method is used to find the parameters of determined components of multifactorial time regression models system. **Conclusion.** Unbiased, proved, and effective estimates of multifactorial time regression models system, with Gauss-Markov rules check test are received. Adequacy of proposed model is checked with overall evaluation of regression parameters with use of Fisher's F-criteria. Existence check of self-correlation of random deviations of real statistics data from values, defined by outlined determined components of multifactorial time regression models system with use of Durbin-Watson model, makes it possible to state that there is no reason to refine defined mathematical model.

Keywords: prognosis of the amount of orders for metrological support of samples of armament and military equipment, statistical forecasting methods, regression models system.