С.В. Гадецька, В.Ю. Дубницький, О.І. Ходирєв

¹Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків

²Навчально-науковий інститут “Каразінський банківський інститут” Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, Харків

СПЕЦІАЛІЗОВАНИЙ ПРОГРАМНИЙ КАЛЬКУЛЯТОР ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЗНАЧЕНЬ НЕПЕРЕРВНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН ЗАСОБАМИ EXCEL

Запропоновано спеціалізований програмний калькулятор, який надає можливість генерувати засобами EXCEL псевдовипадкові числа, розподілені згідно з розподілом Лапласа, розподілом Коші, розподілом найменшого значення, розподілом найбільшого значення, логістичним розподілом, розподілом Чампернауна, подвійним експоненційним розподілом, експоненційним розподілом, розподілом Ерланга порядку t , нормованим розподілом Ерланга порядку t , узагальненим розподілом Ерланга другого порядку, розподілом Вейбулла, зсуненим розподілом Вейбулла, гіперекспоненційним розподілом другого порядку, розподілом модулю n -вимірного випадкового вектору, розподілом Релея, розподілом Релея-Райса, розподілом Максвелла, логарифмічно нормальним розподілом, розподілом Парето, розподілом модулю нормально розподіленої випадкової величини, параболічним розподілом, лівобічним зрізаним нормальним розподілом, правобічним зрізаним нормальним розподілом, двобічним зрізаним нормальним розподілом, розподілом арксинусу, розподілом Симпсона (трикутним розподілом), розподілом Бірнбаума-Сандерса, степеневим розподілом, χ^2 -розподілом Пірсона, χ -розподілом Пірсона, t -розподілом Стюдента, F -розподілом Фішера-Снедекора, Z -розподілом Фішера. Наведено основні відомості про структуру спеціалізованого програмного калькулятора. Вказані закони розподілу включено до переліку рекомендованих Міжнародною Спілкою Електрозв'язку для використання в процесі моделювання розповсюдження радіохвиль (документ МСЭ-R P.1057-5 (12/2017)). Запропоновано спеціалізований програмний калькулятор для отримання значень функції нормального розподілу для різних форм її подання. Калькулятор реалізовано в середовищі Excel.

Ключові слова: спеціалізований програмний калькулятор, система EXCEL, генерування псевдовипадкових чисел, закони розподілу неперервних випадкових величин.

Вступ

Постановка проблеми. При імітаційному моделюванні технічних, організаційних та інших систем широко використовують датчики псевдовипадкових чисел (ДВП). Правила побудови ДВП викладені в класичній роботі [1]. Приклади використання ДВП для аналізу надійності технічних систем розглянуто в роботі [2]. Статистичні особливості чисел, які генерують ДВП, розглянуто в роботі [3]. Сучасні програмні системи, як правило, мають вбудовані ДВП, призначені для моделювання псевдовипадкових чисел за різними законами їх розподілу. У системах STATGRAPHICS, STATISTICA, MATLAB, MATHCAD представлено велику номенклатуру ДВП для отримання псевдовипадкових чисел, які мають різні закони свого розподілу. Вартість придбання цих систем велика і не завжди доступна дослідникам. В той же час найбільш доступна система EXCEL має дуже обмежений перелік варіантів ДВП. Тому розширення її можливостей моделювання випадкових чисел можна вважати актуальним науково-технічним завданням.

Аналіз літератури. В спеціалізованих пакетах програм, призначених для статистичного аналізу,

окрім широко відомих функцій розподілу розглянуто і деякі додаткові функції, що мають обмежену область застосування. Ця обставина не зменшує їх важливість при розрахунку надійності конкретних технічних систем. Детально ці функції розглянуто в роботах [4–5]. Алгоритми моделювання псевдовипадкових чисел для різних законів розподілу ймовірності наведено в роботах [4; 6–8]. Порівняльний аналіз найбільш відомих програмних систем, призначених для статистичного аналізу, зроблено в роботі [9]. У цій роботі зроблено аналіз великої кількості програмних продуктів, призначених для статистичного аналізу, але EXCEL серед них навіть не згадується. В роботі [10] було зазначено, що не дивлячись на те, що система EXCEL має тільки вбудовані ДВП для рівномірного і нормального законів розподілу ймовірності неперервної випадкової величини, незначне доповнення дасть можливість істотно розширити її здатність моделювання випадкових величин.

Мета роботи. Побудова спеціалізованого програмного калькулятора, який дасть можливість в середовищі EXCEL моделювати псевдовипадкові числа, що мають закони розподілу, які використо-

вуються при аналізі надійності технічних систем різної фізичної природи.

Виклад основного матеріалу

Система EXCEL в своєму нинішньому вигляді дає можливість отримувати псевдовипадкові числа, які мають тільки рівномірний і нормальний розподіли. Для цього необхідно виконати наступну послідовність дій:

СЕРВИС>АНАЛІЗ ДАННИХ>ГЕНЕРАЦІЯ ВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ>РОЗПОДІЛ

Після цього необхідно обрати рівномірний або нормальний розподіл.

Рівномірна щільність розподілу має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq x \leq b. \quad (1)$$

Якщо $a=0$ і $b=1$, то такий розподіл називають стандартним рівномірним. Числа, що мають такий розподіл, позначають символом r . Якщо $a \neq 0$ і/або $b \neq 1$, то використовують символ $r(a,b)$.

Нормальна щільність розподілу має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}\right). \quad (2)$$

Якщо $\mu=0$ і $\lambda=1$, то такий розподіл називають стандартним нормальним розподілом. Числа,

що мають такий розподіл, позначають символом u . Якщо ці значення інші, то використовують символ $u(\mu, \lambda)$. Для нормального розподілу параметр положення μ має зміст середнього арифметичного, параметр масштабу λ має зміст середнього квадратичного відхилення і його позначають символом σ . Детальніше залежності між параметрами різних розподілів, їх середніми значеннями і середніми квадратичними відхиленнями розглянуто в роботах [11–12]. Особливості використання цих залежностей при моделюванні діяльності страхової компанії розглянуто в роботі [13].

В системі EXCEL використана функція стандартного нормального розподілу вигляду:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (3)$$

В той же час в багатьох розрахунках використовують інші форми подання нормального розподілу. В роботі [14] приведено залежності між розподілом вигляду (3) й іншими формами подання нормального розподілу. В роботі [8] наведено приклади використання різних форм подання нормального розподілу в процесі статистичного моделювання. Ці залежності приведено в табл. 1.

Таблиця 1

Різні форми подання стандартного нормального розподілу і зв'язок між ними

Код функції	Найменування функції	Вид функції	Обчислення значень функції
PF1	Нормальна функція розподілу	$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$	$\Phi(x)$
PF2	Приведена нормальна функція розподілу	$\hat{\Phi}(x) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\rho^2 t^2) dt$	$\Phi(\rho\sqrt{2} \cdot x)$
PF3	Інтеграл вірогідності	$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$	$\Phi(x) - 0,5$
PF4	Приведений інтеграл вірогідності	$\hat{\Phi}_0(x) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\rho^2 t^2) dt$	$\Phi(\rho\sqrt{2} \cdot x) - 0,5$
PF5	Функція Лапласа	$F(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$	$2\Phi(x) - 1$
PF6	Приведена функція Лапласа	$\hat{F}(x) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\rho^2 t^2) dt$	$2\Phi(\rho\sqrt{2} \cdot x) - 1$
PF7	Функція Крампа інтеграл помилок	$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$	$2\Phi(\sqrt{2} \cdot x) - 1$

Для функцій PF2, PF4, PF6 величина $\rho=0,4769$. Чисельне значення цієї величини є наслідком розв'язання рівняння вигляду:

$$4 \int_0^{\rho} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}. \quad (4)$$

При виконанні обчислень слід прийняти до

уваги наступну рівність:

$$\Phi_0(-x) = -\Phi_0(x); \hat{\Phi}(-x) = -\hat{\Phi}(x); F(-x) = -F(x);$$

$$\hat{F}(-x) = -\hat{F}(x); \operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x). \quad (5)$$

В табл. 1 використано умовні позначення функцій тому, що в різних літературних джерелах од-

ним і тим же функціям розподілу нормальної ймовірності надано різні найменування і форми подання. На це було вказано в роботах [5; 14].

Щільності розподілів і співвідношення, які моделюють їх, наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Моделюючи співвідношення для отримання випадкових величин

Тип закону розподілу	Функція щільності розподілу	Параметри розподілу	Моделююче співвідношення	№№
Розподіл Лапласа ^{*)}	$f(x) = \frac{1}{2} \lambda \exp[-\lambda x-\mu]$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_i}{r_{i+1}}$	1
Розподіл Коші	$f(x) = \frac{\lambda}{\pi [\lambda^2 + (x-\mu)^2]}$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu + \lambda \operatorname{tg}(2\pi \cdot r_i)$	2
Розподіл найменшого значення	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left[\frac{x-\mu}{\lambda} - \exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)\right]$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu + \lambda(-\ln r_i)$	3
Розподіл найбільшого значення	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left[\frac{x-\mu}{\lambda} - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\lambda}\right)\right]$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu - \lambda(-\ln r_i)$	4
Логістичний розподіл	$f(x) = \frac{1}{4\lambda \left[ch^2\left(\frac{x-\mu}{2\lambda}\right) \right]}$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu - \lambda \ln\left(\frac{1-r_i}{r_i}\right)$	5
Розподіл Чампернауна	$f(x) = \frac{\alpha}{\pi \cdot ch(\alpha(x-\mu))}$ $-\infty < x < \infty$	$-\infty < \mu < \infty$ $\lambda > 0$	$x_i = \mu + \frac{1}{\alpha} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi \cdot r_i}{2}$	6
Подвійний експоненційний розподіл	$f(x) = \lambda \mu \exp[-\lambda \mu - \mu \exp(-\lambda x)]$ $-\infty < x < \infty$	$\mu > 0, \lambda > 0$	$x_i = \frac{1}{\lambda} [\ln \mu - \ln(-\ln r_i)]$	7
Експоненційний розподіл	$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ $x > 0$	$\lambda > 0$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i$	8
Розподіл Ерлангу порядку m ^{*)}	$f(x) = \frac{\lambda^m}{(m-1)!} x^{m-1} \exp(-\lambda x)$ $x \geq 0$	$\lambda > 0$ $m \geq 1$, ціле, додатне	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \prod_{k=1}^m r_k$	9
Нормований розподіл Ерлангу порядку m ^{*)}	$f(x) = \frac{(\lambda m)^m}{(m-1)!} x^{m-1} \exp(-\lambda m x)$ $x \geq 0$	$\lambda > 0$ $m \geq 1$, ціле, додатне	$x_i = -\frac{1}{\lambda m} \ln \prod_{k=1}^m r_k$	10
Узагальнений розподіл Ерлангу другого порядку ^{*)}	$f(x) = \frac{\lambda \mu}{\lambda - \mu} (\exp(-\mu x) - \exp(-\lambda x))$ $x \geq 0$	$\lambda > 0, m \geq 1$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_{2i-1} - \frac{1}{\mu} \ln r_{2i}$	11
Розподіл Вейбулла	$f(x) = \frac{c}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^c\right]$ $x \geq 0$	$a > 0, c > 0$	$x_i = a(-\ln r_i)^{1/c}$	12
Зсунений розподіл Вейбулла	$f(x) = \frac{c}{a} \left(\frac{x-x_0}{a}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^c\right]$ $x \geq 0$	$a > 0, c > 0, x_0$	$x_i = x_0 + a(-\ln r_i)^{1/c}$	13

Продовження табл. 2

Гіперекспоненційний розподіл другого порядку ^{**)}	$f(x) = 2p^2\lambda \cdot \exp(-2p\lambda x) + 2(1-p)^2\lambda \exp(-2(1-p)\lambda x)$ $x \geq 0$	$\lambda > 0, 0 < p < 0,5$	Алгоритм 1	14
Розподіл модулю n – вимірного випадкового вектору ^{*)}	$f(x) = \left[2^{(n/2)-1} a^n \Gamma(n/2) \right]^{-1} \times$ $\times x^{n-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$ $x > 0$	$a > 0$ n – ціле, додатне	$x_i = a \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$	15
Розподіл Релея	$f(x) = \frac{x}{a^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$ $x > 0$	$a > 0$	$x_i = a \sqrt{-2 \ln r_i}$	16
Розподіл Релея-Райса ^{*)}	$f(x) = \frac{z}{a^2} \exp\left(-\frac{z^2 + h^2}{2a^2}\right) \times$ $\times I_0\left(\frac{zh}{2a^2}\right)$ $z > 0$	$a > 0, h > 0, z \geq 0$ $I_0(\cdot)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку аргументу $(\cdot)$	$z_i = \sqrt{(h + au_i)^2 + (au_{i+1})^2}$	17
Розподіл Максвелла ^{*)}	$f(x) = \frac{2x^2}{a^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$ $x > 0$	$a > 0$	$x_i = \sqrt{u_{3i-2}^2 + u_{3i-1}^2 + u_{3i}^2}$	18
Логарифмічно нормальний розподіл	$f(x) = \frac{1}{ax\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\left[\ln\left(\frac{x}{m}\right)\right]^2}{2a^2}\right\}$ $x > 0$	$a > 0, m > 0$	$x_i = m \exp(au_i)$	19
Розподіл Парето	$f(x) = \frac{a}{x_0} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{a+1}, x > x_0$	$a > 0, x_0 > 0$	$x_i = x_0 r_i^{-(1/a)}$	20
Розподіл модулю нормально розподіленої випадкової величини	$f(x) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x+m)^2}{2a^2}\right) \right]$ $x > 0$	$a > 0$	$x_i = m + au_i $	21
Параболічний розподіл ^{*)}	$f(x) = \frac{6(x-\alpha) \cdot (\beta-x)}{(\beta-\alpha)^3}$ $\alpha < x < \beta$	$\alpha < \beta$	$x_i = \frac{\ln(r_{i+1}r_{i+2})}{\ln(r_{i+1}r_{i+2}r_{i+3}r_{i+4})}$	22
Лівобічний зрізаний нормальний розподіл ^{**)}	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right]$ $x \geq \alpha, \gamma = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{\alpha-m}{a}\right)$	$m, a > 0$	Алгоритм 2	23

Закінчення табл. 2

Правобічний зрізаний нормальний розподіл ^{**)}	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x-m)^2}{2a^2} \right]$ $\gamma = \frac{1}{2} + \Phi_0 \left(\frac{\beta-m}{a} \right)$ $x \leq \beta$	$m, a > 0$	Алгоритм 3	24
Двобічний зрізаний нормальний розподіл ^{**)}	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x-m)^2}{2a^2} \right]$ $\gamma = \Phi_0 \left(\frac{\beta-m}{a} \right) - \Phi_0 \left(\frac{\alpha-m}{a} \right)$ $\alpha \leq x \leq \beta$	$m, a > 0$	Алгоритм 4	25
Розподіл арксинусу	$f(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{\lambda^2 - (x-\mu)^2}}$ $\mu - \lambda < x < \mu + \lambda$	$\lambda > 0,$	$x_i = \mu + \lambda \sin [\pi(r_i - 0,5)]$	26
Розподіл Симпсона (трикутний розподіл) ^{*)}	$f(x) = \frac{2}{\beta-\alpha} \left(1 - \frac{ \alpha+\beta-2x }{\beta-\alpha} \right)$ $\alpha \leq x \leq \beta$	α, β	$x_i = \alpha + \frac{\beta-\alpha}{2} (r_{2i-1} + r_{2i})$	27
Розподіл Бірнбаума-Сандерса	$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{x}{\theta}} + \sqrt{\frac{\theta}{x}}}{2\beta x} \cdot \varphi \left(\frac{1}{\beta} \left(\sqrt{\frac{x}{\theta}} - \sqrt{\frac{\theta}{x}} \right) \right)$ $x > 0$	$\beta > 0, \theta > 0$	Алгоритм 5	28
Степеневий розподіл	$f(x) = cx^{c-1} / b^c$ $0 \leq x \leq c$	$b > 0$	$x_i = b \cdot (r_i)^{1/c}$	29
χ^2 – розподіл Пірсона ^{*)}	$f(x) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{(n/2)-1} \exp(-x^2/2)$ $x > 0$	n - ціле, додатне	$x_i(P^2, n) = \sum_{i=1}^n u_i^2$	30
χ – розподіл Пірсона ^{*)}	$f(x) = \frac{1}{2^{(n/2)-1} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n-1} \exp(-x^2/2)$ $x > 0$	n - ціле, додатне	$x_i(P, n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$	31
t – розподіл Стюдента ^{*)}	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n} \right)^{-\frac{n+1}{2}}$ $-\infty < x < \infty$	n - ціле, додатне	$x_i(St, n) = \frac{u_i}{\sqrt{x_i(P^2, n)/n}}$	32
F – розподіл Фішера-Снедекора ^{*)}	$f(x) = \frac{1}{B\left(\frac{u}{2}, \frac{v}{2}\right)} \left(\frac{u}{v} \right)^{u/2} x^{(u/2)-1} \times$ $\times \left(1 + \frac{u}{v} x \right)^{-(u+v)/2}$ $x > 0$	u, v - цілі, додатні	$x_i(F; u, v) = \frac{v \cdot \left[x_i(P^2, u) \right]}{u \cdot \left[x_i(P^2, v) \right]}$	33
Z – розподіл Фішера ^{*)}	$f(x) = \frac{2u^{u/2} v^{v/2}}{B\left(\frac{u}{2}, \frac{v}{2}\right)} \exp(ux) \cdot \left(v + e^{2x} \right)^{-(u+v)/2}$ $-\infty < x < \infty$	u, v - цілі, додатні	$x_i(Z; u, v) =$ $= \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{v \cdot \left[x_i(P^2, u) \right]}{u \cdot \left[x_i(P^2, v) \right]} \right\}$	34

Моделюючи співвідношення в основному взято з роботи [8] і лише в необхідних випадках доповнено результатами, запозиченими з робіт [4; 6–7]. Приведені в табл. 2 моделюючи співвідношення, які було використано при програмуванні калькулятора, можна розділити на три групи. В першу групу включено співвідношення вигляду $\xi = \psi(Rn)$, де Rn – одне із стандартних випадкових чисел, отримання яких можливо в системі EXCEL, в другу групу включено співвідношення вигляду

$\xi = \psi(Rn_1, Rn_2, \dots, Rn_k)$. До третьої групи увійшли співвідношення вигляду:

$$y := A[Rn_1, Rn_2, \dots, Rn_k], \quad (6)$$

де A – алгоритм, що виконує певні операції з даними, наведеними в квадратних дужках.

Групування алгоритмів за цією ознакою приведено в табл. 3, номери алгоритмів співпадають з номерами, наведеними в табл. 2.

Таблиця 3

Групування алгоритмів обчислення псевдовипадкових чисел за особливостями алгоритмів їх визначення

Спосіб отримання псевдовипадкового числа		
Група 1: $\xi = \psi(Rn)$	Група 2: $\xi = \psi(Rn_1, Rn_2, \dots, Rn_k)$	Група 3: $y := A[Rn_1, Rn_2, \dots, Rn_k]$
2,3,4,5,6,7,8,12,13,16,19,20,21,26	1,9,10,11,15,17,18,22,27,30,31,32,33,34	14,23,24,25,28

Для моделювання гіперекспоненціального розподілу другого порядку (моделююче співвідношення №14, табл. 2) слід використовувати

$$\langle Rn_1 := r_1, Rn_2 := r_1 \rangle \Rightarrow \left\{ IF Rn_1 < p THEN x := -\frac{1}{2p\lambda} \ln Rn_2, ELSE x := -\frac{1}{2(1-p)\lambda} \ln Rn_2 \right\} \quad (7)$$

Для моделювання зрізаного зліва нормального розподілу (моделююче співвідношення №23, табл. 2) слід використовувати

$$\langle 1.(Rn := u) \rangle \Rightarrow \langle 2.(y := m + au) \rangle \Rightarrow \langle 3.(IF y < \alpha THEN GOTO1 ELSE GOTO4) \rangle \Rightarrow \langle 4.(x := y) \rangle. \quad (8)$$

Для моделювання зрізаного справа нормального розподілу (моделююче співвідношення №24, табл. 2) слід використовувати

$$\langle 1.(Rn := u) \rangle \Rightarrow \langle 2.(y := m + au) \rangle \Rightarrow \langle 3.(IF y > \beta THEN GOTO1 ELSE GOTO4) \rangle \Rightarrow \langle 4.(x := y) \rangle. \quad (9)$$

Для моделювання двостороннього зрізаного нормального розподілу (моделююче співвідношення №25, табл. 2) слід використовувати

$$\langle 1.(Rn := u) \rangle \Rightarrow \langle 2.(y := m + au) \rangle \Rightarrow \langle 3.(IF y < \alpha THEN GOTO1 ELSE GOTO4) \rangle \Rightarrow \langle 4.(IF y > \beta THEN GOTO1 ELSE GOTO4) \rangle \Rightarrow \langle 5.(x := y) \rangle \quad (10)$$

Для моделювання розподілу Бірнбаума-Сандерса (моделююче співвідношення №28, табл. 2) слід використовувати

$$\langle 1.(Rn := u) \rangle \Rightarrow \left\langle 2. \left(B := \frac{\left(Rn \cdot \beta + \sqrt{4(Rn)^2 \beta^2} \right)^2 \theta}{4} \right) \right\rangle \Rightarrow \langle 3.(x := B) \rangle. \quad (11)$$

В табл. 4 приведено порівняння можливостей запропонованого калькулятора і основних статистичних пакетів. З цієї таблиці виходить, що можливості моделювання випадкових чисел засобами EXCEL, реалізовані в даному калькуляторі, не тільки співпадають з такими пакетами, як STATGRAPHICS, STATISTICA, MATLAB і MATHCAD, але і допов-

нюють їх. Слід зауважити, що в спеціалізованому програмному калькуляторі (СПК) відсутній датчик гамма-розподілених псевдовипадкових чисел, але присутні можливості отримання випадкових чисел, розподілених згідно з деякими важливими законами розподілу, які відсутні в пакетах, що вказані в табл. 4.

Таблиця 4

Порівняльний аналіз можливостей СПК і основних пакетів статистичного аналізу

Розподіл	Назва пакету				
	СПК	STATGRAPHICS	STATISTICA	MATLAB	MATHCAD
Нормальний	+	+	+	+	+
Лапласа	+	+	+		
Коши	+	+	+		+
Мінімального значення	+	+	+		
Максимального значення	+	+	+		
Експоненційний	+	+	+	+	+
Подвійний експоненційний	+				
Логістичний	+	+			+
Логлогістичний		+			
Чампернауна	+				
Ерланга, порядку m	+	+	+		
Нормований Ерлангу, порядку m	+				
Узагальнений Ерлангу другого порядку	+				
Вейбулла	+	+		+	+
Зсунений розподіл Вейбулла	+	+			
Гіперекспоненційний другого порядку	+				
Модулю n -вимірного випадкового вектору	+				
Релея	+	+		+	+
Релея-Райса	+				
Максвелла	+	+			
Логнормальний	+			+	+
Парето	+	+			
Модулю випадкової нормальної величини	+				
Зрізаний ліворуч нормальний	+				
Зрізаний праворуч нормальний	+				
Нормальний, зрізаний з обох боків	+				
Рівномірний розподіл	+	+	+	+	+
Параболічний розподіл	+				
Розподіл арксинусу					
Симпсона (трикутний)		+			
χ^2 -Пірсона	+	+		+	+
χ -Пірсона	+				
t -Стюдента	+	+			+
F – розподіл Фішера	+	+		+	+
Z – розподіл Фішера	+				
Бета-розподіл		+		+	+
Гамма-розподіл		+	+	+	+
Обернена матриця Вішарта				+	
Багатовимірний розподіл Стюарта				+	

Закінчення табл. 4

Зсунений розподіл χ^2 -Пірсона		+		+	
Зсунений розподіл t -Стюдента		+		+	
Зсунений F -розподіл Фішера		+			
Зсунений Бета-розподіл		+			
Бірнаума-Сандерса	+	+			
Зсунений експоненційний	+	+			
Степеневий розподіл	+	+			
Узагальнений логістичний		+			
Зсунений Релей		+			
Обернений розподіл Гауса		+			

Закони розподілу, які включені до програмного забезпечення калькулятора, обрано згідно з рекомендаціями, викладеними в нормативному документі [17]. Також слід звернути увагу ще на таку особливість СПК. На відміну від відомих комерційних пакетів СПК має можливість програмно співпрацювати з деякими пакетами прикладних програм, які призначені для виконання інженерних розрахунків методом випадкового пошуку [15]. В СПК передбачено архів, який зберігає відомості про обчислені псевдовипадкові числа. Потреба у цьому виникає у разі необхідності перевірки виконання розрахунків з метою їх експертизи [16].

Усі описані в табл. 2 алгоритми генерації псевдовипадкових чисел реалізовано у вигляді СПК. Конструктивно СПК складається з двох блоків. У БЛОЦІ 1 виконуються розрахунки по визначенню чисельного значення функцій, характерних для різних форм представлення стандартного нормального розподілу. Види цих функцій і зв'язки між ними представлено у табл. 1. У БЛОЦІ 2, основному блоці СПК, виконуються обчислення, необхідні для моделювання випадкових чисел засобами, указаними в табл. 2 і умовами (7...11). Обидва ці блоки мають можливості обмінюватися інформацією між собою і зовнішнім, по відношенню до програми СПК, середовищем.

Рис. 1. Схематична структура СПК

Програма запускається натисненням кнопки вибору параметрів розрахунку (рис. 2).

Рис. 2. Кнопка запуску програми.

Перше діалогове вікно пропонує вибрати формат представлення стандартного нормального розподілу (рис. 3).

поділу (рис. 3).

Рис. 3. Вибір формату представлення стандартного нормального розподілу

Роботу алгоритмів БЛОКУ 1 розглянемо на наступному контрольному прикладі.

Припустимо, що треба визначити значення функції $erf(x)$ для множини нормально розподілених чисел $x = 1,2; 1,6$. Ці числа отримано із вибірки, розподіленої за нормальним законом із параметрами: математичне сподівання $m=100$, середнє квадратичне відхилення $\sigma=10$. Вибір необхідного алгоритму розрахунку показано на рис. 4.

Рис. 4. Вибір варіанту нормального розподілу

Перехід від заданих випадкових чисел до нормалізованих виконують, використовуючи функцію НОРМАЛІЗАЦІЯ (x ; середнє; стандартне_відх).

Для отримання значення функції $erf(x)$, код функції (PF7), при значенні аргументу $x = 1,2$ необхідно виконати такі дії:

1. НОРМАЛІЗАЦІЯ (1,2; 100; 10)=1,2.

2. Значення функції $\Phi(x)$ обчислюють за функцією НОРМСТРАСП(1,2)=0,88493.

3. Для визначення значення функції PF7 виконують такі дії:

$$erf(1,2) = 2\Phi(\sqrt{2} \cdot 1,2) - 1 = 2\Phi(1.69705) - 1 = 2 \cdot 0,955156 - 1 = 0.910313.$$

Результати обчислень показано на рис. 5. Отримані значення функції $erf(x)$ співпадають з відповідними значеннями цієї функції, які наведено у роботі [18].

	A	B	C	D
1	Вибір параметрів розрахунку			
2				
3				
4	Параметри вихідного розподілу	m	100	
5				
6		σ	10	
7	Вихідні випадкові	x1	112	
8	числа	x2	116	
9	Нормалізовані	x1n	1,2	
10	випадкові числа	x2n	1,6	
11			$\Phi(t)$	$erf(t)$
12		x1n	0,955157	0,910314
13		x2n	0,988174	0,976348

Рис. 5. Приклад результату роботи БЛОКУ 1

Роботу алгоритмів, які включено в БЛОК 2, розглянемо на такому прикладі. Припустимо, що необхідно одержати два числа, розподілених за законом Бирнбаума-Сандерса з параметрами $\beta=1,2$; $\theta=0,92$.

Вибір закону розподілу показано на рис. 6. Для розв'язання поставленої задачі використано АЛГОРИТМ 5, умова (11).

Рис. 6. Вибір закону розподілу

Для початку роботи вікні діалогу треба ввести обсяг вибірки. Для прикладу пропонується число 2 (рис. 7).

Рис. 7. Вікно введення обсягу вибірки

Вікно результату роботи програми представлено на рис. 8.

Після виведення на екран результату, програму можна знову запустити на виконання, але треба враховувати, що новий результат її роботи буде відрізнятися від попереднього. Тому, якщо для обчислень треба використовувати декілька варіантів випадкових чисел, згенерованих програмою, треба кожного разу їх копіювати в інше місце таблиці Excel.

	A	B
1	Вибір параметрів розрахунку	
2		
3		
4		
5	Моделювання вибірки, розподіленої згідно із розподілом Бірнбаума-Сандерса	
6	Обсяг вибірки, n	2
7	Параметри вибірки	
8	θ	0,92
9	β	1,2
10	Псевдовипадкові числа, розподілені згідно із	Псевдовипадкові числа, розподілені згідно із
11	стандартним нормальним розподілом	розподілом Бірнбаума-Сандерса
12	-0,4052	0,0241
13	-0,6886	0,0694
14		

Рис. 8. Вікно результату роботи програми.

Висновки

1. Запропоновано спеціалізований програмний калькулятор для отримання псевдовипадкових чисел, розподілених згідно із законами, які включено до переліку рекомендованих Міжнародною Спілкою Електрозв'язку для використання в процесі моделю-

вання розповсюдження радіохвиль (документ МСЭ-R P.1057-5 (12/2017)).

2. Запропоновано спеціалізований програмний калькулятор для отримання значень функції нормального розподілу для різних форм її подання.

3. Калькулятор реалізовано в середовищі Excel.

Список літератури

1. Кнут Д. Искусство программирования в 3-х т. Т.2: Получисленные методы / Д. Кнут. – Москва: Вильямс, 2007. – 832 с.
2. Ефремов Л.В. Практика вероятностного анализа надежности техники с применением компьютерных технологий / Л.В. Ефремов. – Санкт-Петербург: Наука, 2008. – 216 с.
3. Дубницкий В.Ю. Сравнительный анализ датчиков случайных чисел систем STATGRAPHICS и MATHCAD / В.Ю. Дубницкий, А.Г. Проценко // Радиотехника и компьютерные системы. – 2009. – № 7 (48). – С. 85-88.
4. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. – Москва: Статистика, 1980. – 94 с.
5. Сосновский Л.А. Функции некоторых типовых распределений случайных величин / Л.А. Сосновский, Д.П. Шевченко // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения: сб. науч. ст. Междунар. науч. конф., Минск, 15-19 сент. 2008 г. – С. 54-78.
6. Walk Ch. Hand-book on Statistical Distributions for experimentalist / Ch. Walk // Internal Report, SUF-PFY/ 96-01, Stockholm, 2007.
7. Statistical Distribution / C. Forbes, M. Evans, N. Hastings, B. Peacock. – John Wiley and Sons Inc, New Jersey, 2008. – 202 p.
8. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. – Санкт-Петербург: Питер, 2008. – 294 с.
9. Роїк М.В. Огляд програмних засобів статистичного аналізу даних / М.В. Роїк, О.І. Присяжнюк, В.О. Денисюк // Ефективна економіка. – 2017. – № 7. – С. 43-52.

10. Вадзинский Р.Н. Статистические вычисления в среде EXCEL / Р.Н. Вадзинский. – Санкт-Петербург: Питер, 2008. – 608 с.
11. Дубницкий В.Ю. Решение в явном виде обратной задачи моделирования непрерывной одномерной случайной величины / В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова // Системи обробки інформації. – 2015. – № 1(126). – С. 106-110.
12. Дубницкий В.Ю. Решение в неявном виде обратной задачи моделирования непрерывной одномерной случайной величины / В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова // Системи обробки інформації. – 2015. – № 3(128). – С. 47-52.
13. Решение в параметрическом виде прямой и обратной задачи о разорении страховой компании для модели индивидуального риска / В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова, Г.В. Фесенко, И.А. Черепнёв // Системи обробки інформації. – 2019. – № 1(156). – С. 50-57. <https://doi.org/10.30748/soi.2019.156.07>.
14. Справочник по вероятностным расчётам / Г.Г. Абезгауз, А.П. Тронь, Ю.Н. Копёнкин, И.А. Коровина. – Восениздат, 1970. – 536 с.
15. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – Москва: Высшая школа, 2005. – 544 с.
16. Краковский М.Б. Оптимальное проектирование железобетонных конструкций с использованием программы “ОМ СНиП Железобетон” / М.Б. Краковский // Бетон и железобетон. – 2009. – № 6. – С. 11-15.
17. Рекомендация МСЭ-R P.1057-5 (12/2017). Распределения вероятностей, касающихся моделирования распространения радиоволн. Серия Р. Распространение радиоволн. – Женева, 2018. – 23 с.
18. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго. – Москва: Наука, 1964. – 772 с.

References

1. Knuth, Donald E. (2001), *The Art of Computer Programming. V.2, Seminumerical Algorithms*, THIRD EDITION, ADDISON-WESLEY Inc, Berkley. 828 p.
2. Efremov, L.V. (2008), “*Praktika veroyatnostnogo analiza nadezhnosti tehniki s primeneniem komp'yuternykh tekhnologiy*” [*Practice of probabilistic analysis of the reliability of technology with the use of computer technologies*], Nauka, St. Petersburg, 216 p.
3. Dubnickiy, V.Ju. and Prochenko, A.G. (2009), “*Sravnitel'nyy analiz datchikov sluchajnykh chisel sistem STATGRAPHICS i MATHCAD*” [Comparative analysis of random number sensors of STATGRAPHICS and MATHCAD systems], *Radioelectronic and Computer Systems*, No. 7 (48), pp.85-88.
4. Hastings, N. and Peacock, J. (1980), “*Spravochnik po statisticheskim raspredeleniyam*” [*Handbook of statistical distributions*], Statistics, Moscow, 94 p.
5. Sosnovsky, L.A. and Shevchenko, D.P. (2008), “*Funkcii nekotorykh tipovykh raspredelenij sluchajnykh velichin*” [Functions of some typical distributions of random variables], *Probability Theory, Random Processes, Mathematical Statistics and Applications: collection of articles. scientific. Art. Int. scientific. conf., 15-19 Sept. 2008*, Minsk, pp. 54-78.
6. Walk, Ch. (2007), *Hand – book on Statistical Distributions for experimentalist*, Internal Report, SUF-PFY/ 96-01, Stockholm. 310 p.
7. Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., and Peacock, B. (2008), *Statistical Distribution*, John Wiley and Sons Inc, New Jersey, 202 p.
8. Vadzinskiy, R.N. (2008), “*Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam*” [*Handbook of probabilistic distributions*], Piter, St. Petersburg, 294 p.
9. Roik, M.V., Prysiashniuk, O.I. and Denysiuk, V.O. (2017), “*Ohliad prohramnykh zasobiv statystychnoho analizu danykh*” [Review of software for statistical data analysis], *Efektivna ekonomika*, No. 7, pp. 43-52.
10. Vadzinskiy, R. (2008), “*Statisticheskiye vychisleniya v srede EXCEL*” [*Statistical calculations in the EXCEL environment*], Piter, St. Petersburg, 608 p.
11. Dubnytskyi, V.Yu. and Skorykova, Y.H. (2015), “*Reshenye v yavnom vyde obratnoi zadachy modelyrovaniya nepreryvnoi odnomernoi sluchainoi velychyny*” [The explicit solution of inverse problem of continuous one-dimensional random variable modeling], *Information Processing Systems*, No. 1(126), pp. 106-110.
12. Dubnytskyi, V.Yu. and Skorykova, Y.H. (2015), “*Reshenye v neiyavnom vyde obratnoi zadachy modelyrovaniya nepreryvnoi odnomernoi sluchainoi velychyny*” [Implicit solution of inverse problem of continuous one-dimensional random quantity modeling], *Information Processing Systems*, No. 3(128), pp. 47-52.
13. Dubnitskiy, V., Skorikova, I., Fesenko, H. and Cherepnov, I. (2019), “*The parametric type decision of the direct and inverse problems of bankruptcy of the insurance company for the individual risk model*”, *Information Processing Systems*, No. 1(156), pp. 50-57. <https://doi.org/10.30748/soi.2019.156.07>.
14. Abezgaуз, G.G., Tron, A.P., Kopenkin, Yu.N., and Korovina, I.A. (1970), “*Spravochnik po veroyatnostnym raschjotam*” [*Handbook of probabilistic calculations*], Voenizdat, Moscow, 536 p.
15. Panteleev, A.V. and Ljotova, T.A. (2005), “*Metody optimizacii v primerah i zadachah*” [*Optimization methods in examples and tasks*], Vysshaja shkola, Moscow, 544 p.
16. Krakovsky, M.B. (2009), “*Optimal'noe proektirovanie zhelezobetonnykh konstrukcij s ispol'zovaniem programmy “OM SNIp Zhelezobeton”* [Optimal design of reinforced concrete structures using the program “OM SNIp Reinforced concrete”] *Concrete and reinforced concrete*, No. 6, pp. 11-15.
17. Recommendation ITU-R P.1057-5 (12/2017) (2018), *Probability distributions related to radio propagation modeling. Series P. Propagation of radio waves*, Geneva, 23 p.
18. Ango, A. (1964), “*Matematika dlya elektro- i radioinzhenerov*” [*Mathematics for electrical and radio engineers*], Nauka, Moscow, 772 p.

Надійшла до редколегії 11.01.2021

Схвалена до друку 02.02.2021

Відомості про авторів:**Гадецька Світлана Вікторівна**

кандидат фізико-математичних наук доцент
доцент Харківського національного
автомобільно-дорожного університету,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-9125-2363>

Дубницький Валерій Юрійович

кандидат технічних наук
старший науковий співробітник
старший науковий співробітник
навчально-наукового інституту “Каразінський
банківський інститут” Харківського національного
університету ім. В.Н. Каразіна,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0003-1924-4104>

Ходирев Олександр Іванович

старший викладач навчально-наукового інституту
“Каразінський банківський інститут” Харківського
національного університету ім. В.Н. Каразіна,
Харків, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-9871-9440>

Information about the authors:**Svitlana Gadetska**

PhD in Physics and Mathematics Associate Professor
Senior Lecturer of Kharkiv National
Automobile and Highway University,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-9125-2363>

Valeriy Dubnitskiy

Candidate of Technical Sciences
Senior Research
Senior Research Associate
of “Karazin Banking Institute”
of Kharkiv National University
named after V.N. Karazin,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-1924-4104>

Alexander Khodyrev

Senior Instructor
of “Karazin Banking Institute”
of Kharkiv National University named after V.N. Karazin,
Kharkiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-9871-9440>

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КАЛЬКУЛЯТОР ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗНАЧЕНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН СРЕДСТВАМИ EXCEL

С.В. Гадецкая, В.Ю. Дубницкий, А.И. Ходырев

Предложен специализированный программный калькулятор, позволяющий генерировать средствами EXCEL псевдослучайные числа, имеющие распределение Лапласа, распределение Коши, распределение наименьшего значения, распределение наибольшего значения, логистическое распределение, распределение Чампернауна, двойное экспоненциальное распределение, экспоненциальное распределение, распределение Эрланга m -го порядка, нормированное распределение Эрланга m -го порядка, обобщенное распределение Эрланга второго порядка, распределение Вейбулла, смещенное распределение Вейбулла, гиперэкспоненциальное распределение второго порядка, распределение модуля n -мерного случайного вектора, распределение Релея, распределение Релея-Гайса, распределение Максвелла, логарифмически нормальное распределение, распределение Парето, распределение модуля нормально распределенной случайной величины, параболическое распределение левосторонне усеченное нормальное распределение, правосторонне усеченное нормальное распределение, двусторонне усеченное нормальное распределение, распределение арксинуса, распределение Симпсона (треугольное распределение), распределение Бирнбаума-Сандерса, степенное распределение, χ^2 -распределение Пирсона, χ -распределение Пирсона, t -распределение Стьюдента, F -распределение Фишера-Снедекора, Z -распределение Фишера.

Эти законы распределения включены в перечень рекомендуемых Международным Союзом Электросвязи для использования в процессе моделирования распространения радиоволн (документ МСЭ-R P.1057-5 (12/2017)). Предложен специализированный программный калькулятор для получения значений функции нормального распределения для разных форм ее представления. Калькулятор реализован в среде Excel.

Ключевые слова: специализированный программный калькулятор, система EXCEL, генерирование псевдослучайных чисел, законы распределение непрерывных случайных величин.

SPECIALIZED SOFTWARE CALCULATOR FOR MODELING THE VALUES OF CONTINUOUS RANDOM VALUES BY EXCEL MEANS

S. Gadetska, V. Dubnitskiy, O. Khodyrev

It was proposed a specialized software calculator that generates pseudo-random numbers by means of EXCEL. These numbers have Laplace distribution, Cauchy distribution, Extrem value Min distribution, Extrem value Max distribution, Logistic distribution, Champernaun distribution, Double Exponential distribution, Exponential distribution, m -Erlang distribution, Normalized m -Erlang distribution, Generalized 2-Erlang distribution, Weibull distribution, Displase Weibull distribution, 2-Hyper Exponential distribution, Modulus of multi-dimensional random vector distribution, Rayleigh distribution, Rayleigh and Rice distribution, Maxwell distribution, Lognormal distribution, Pareto distribution, Modulus random normal distribution, PERT distribution, Left-sided truncated normal distribution, Right-handed truncated normal distribution, Two-sided truncated normal distribution, Arcsine distribution, Triangular distribution, Birnbaum – Saunders distribution, Power function distribution, Chi – Squared distribution, Chi – distribution, Student’s t – distribution, F - ratio distribution (Fisher – Snedecor distribution), Fisher’s Z - distribution. Basic information about the structure of a specialized software calculator is provided. These distributions are included in the list recommended by the International Telecommunication Union for use in the process of radio propagation modeling (Recommendation ITU-R P.1057-5 (12/2017)). A specialized software calculator is proposed to obtain the values of the normal distribution function for different forms of its presentation. The calculator is implemented by Excel means.

Keywords: specialized software calculator, EXCEL system, pseudo-random number generation, distribution of continuous random variables.